NOM, Prénom : .... CLASSE : 5 C	Le 2006

CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°2

➲LISEZ ATTENTIVEMENT CHAQUE QUESTION AVANT D'Y REPONDRE

__Remarque__ :
1) Répondez aux questions **dans l'ordre** donné sur une feuille de contrôle avec en-tête de l'école

2) Pour chacune des questions, vous devez **__détailler et justifier__** toutes vos opérations. **Utilisez des couleurs !**

-Considérons deux fonctions f(x) et h(x) :

$\boxed{f : R \to R : x \to 1 - \frac{1}{2}x}$ et $\boxed{h : R \to R : x \to -x^2 - 2x + 3}$.

a. Donnez l'expression analytique de la fonction (f - h)(x).
   - Etudiez son signe
   - Tracez son graphique
b. Ecrivez l'expression algébrique de $\frac{h(x)}{f(x)}$ et trouvez son domaine
c. Construisez point par point les graphiques de f(x) et de h(x) ***(utilisez un repère orthonormé différent de celui du point « a. »)***
d. Résolvez graphiquement l'équation f(x) = h(x) (***attribuez des lettres au choix à ces points sur le graphique)***
e. Vérifiez algébriquement le point « d »
f. Résolvez graphiquement l'équation f(x) < h(x), (**en vert sur le graphique**).
g. Donnez l'intervalle correspondant à la question « f. ». Pour ce faire, une résolution algébrique est nécessaire.

Corrigé

5C
2006-2007

Correction du contrôle sur les "opérations sur les fonctions"

Soit $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x$ et $g(x) = -x^2 - 2x + 3$

a) Expression Analytique de $(f-h)(x)$

$f(x) - h(x)$

$= \left(1 - \frac{1}{2}x\right) - \left(-x^2 - 2x + 3\right)$

$= 1 - \frac{1}{2}x + x^2 + 2x - 3$

$(f-h)(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - 2$

→ Signe : $\Delta = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4(1.-2)$

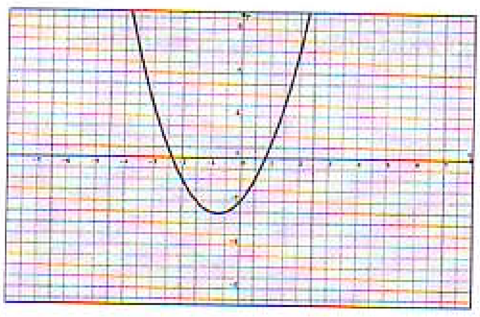
$= \frac{9}{4} + 8$

$= \frac{9}{4} + \frac{32}{4} \Leftrightarrow \boxed{\Delta = \frac{41}{4}}$

$x_1 = \dfrac{-3/2 + \sqrt{41/4}}{2}$ $\quad x_2 = \dfrac{-3/2 - \sqrt{41/4}}{2}$

x		x_2		x_1	
$x^2 + \frac{3}{2}x - 2$	+	0	−	0	+

→ Graphique :



a = (X1) -2,3508 et b = (X2) 0.8508

(b) Expression algébrique de $\frac{h(x)}{f(x)}$ + domaine de $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

$$\frac{h(x)}{f(x)} = \frac{-x^2-2x+3}{1-\frac{1}{2}x}$$

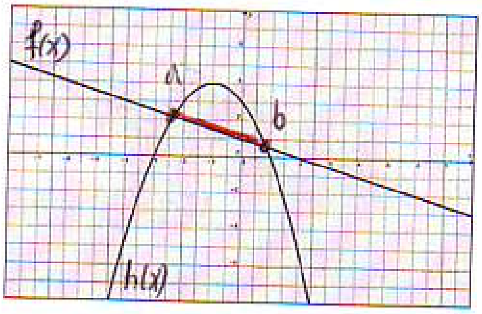
- CE : $1-\frac{1}{2}x \neq 0$

  $\boxed{x \neq 2}$

- $\text{dom}\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

(c) Graphiques de $f(x)$ et $h(x)$

(d) Résolution graphique de $f(x) = h(x)$ → Intersection



$a = -2{,}35$

$b = 0{,}85$

(e) Vérification algébrique → voir les valeurs de x_1 et de x_2 trouvées au point (a)

(f) Résolution graphique de $f(x) < h(x)$ (voir point (d)) en ~~pointillés~~ rouge

(g) Résolution algébrique + Intervalle correspondant

		$-2{,}35$		$0{,}85$	
$x^2+\frac{3}{2}x-2$	$+$	0	$-$	0	$+$

$f(x) < h(x)$

$\Leftrightarrow f(x) - h(x) < 0$

$\Leftrightarrow \left(1-\frac{1}{2}x\right) - \left(-x^2-2x+3\right) < 0$

$\Leftrightarrow \boxed{x^2+\frac{3}{2}x-2 < 0}$

$$\begin{cases} x_1 = -2{,}35 \\ x_2 = 0{,}85 \end{cases}$$

$f(x) < h(x)$ dans l'intervalle :

$]-2{,}35\,;\,0{,}85[$

→ se vérifie également graphiquement (voir (d))